TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN
Fakultät Wirtschaftswissenschaften

Dresdner Beiträge zu
Quantitativen Verfahren

Nr. 58/12

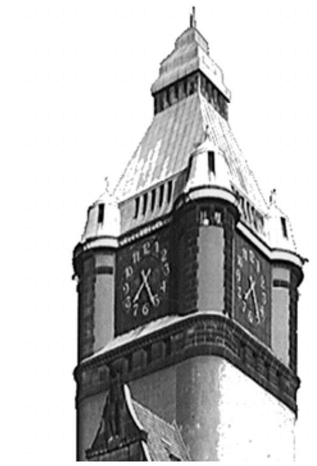
Ratio calculandi periculi - ein analytischer Ansatz zur Bestimmung der Verlustverteilung eines Kreditportfolios

von

Sven Fischer

Herausgeber:
Die Professoren der
Fachgruppe Quantitative Verfahren

ISSN 0945-4802



Ratio calculandi periculi -
ein analytischer Ansatz zur Bestimmung
der Verlustverteilung eines Kreditportfolios

Sven Fischer*

Zusammenfassung: Die Binomialverteilung ist auf den ersten Blick prädestiniert dafür, die Verlustverteilung eines Kreditportfolios zu beschreiben, vorausgesetzt, das Portfolio ist homogen, von überschaubarer Größe und das Ausfallverhalten der Kredite wechselseitig unabhängig. Voraussetzungen, die von realen Portfolien im Allgemeinen nicht erfüllt werden. Dem Fehlen dieser Voraussetzungen ist es geschuldet, dass Anläufe, die Binomialverteilung zur Beschreibung der Verlustverteilung auszunutzen, bislang scheiterten. Im vorliegenden Beitrag wird ausgehend von einer Modifikation der Binomialverteilung ein Modell beschrieben, welches die eingangs erwähnten Restriktionen relativiert. Damit werden Barrieren überwunden und der Binomialverteilungsgedanke für die Bestimmung der Verlustverteilung eines Kreditportfolios nutzbar gemacht.

Inhalt

* http://www.ratio-calculandi-periculi.de/

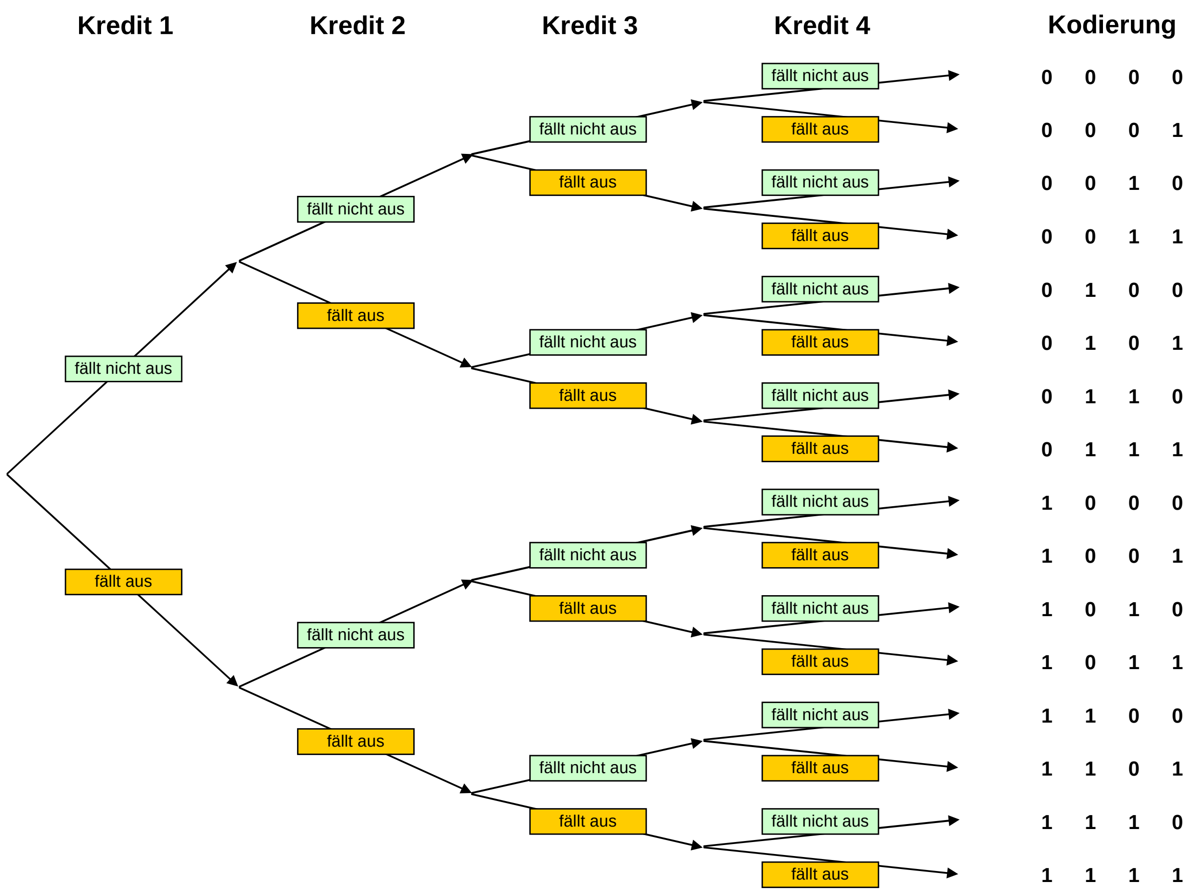
1 Verallgemeinerte Binomialverteilung

Gegeben sei ein homogenes Kreditportfolio mit n Krediten mit Ausfallwahrscheinlichkeiten p. Im ersten Schritt wird der Ausfall als ein binäres Ereignis interpretiert. Ferner wird vorerst angenommen, dass das Ausfallverhalten der Kredite wechselseitig unabhängig ist. Unter diesen Voraussetzungen kann die Wahrscheinlichkeit für die Anzahl k der Ausfälle eines homogenen Portfolios unter Anwendung der Definition der Binomialverteilung bestimmt werden:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^{k}\cdot(1-p)^{n-k} \qquad \text{mit} \qquad \binom{n}{k}=\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}. \qquad (1)$$

Zur Abbildung heterogener Portfolien wird die Binomialverteilung verallgemeinert, indem das Modell aufgefächert wird. Hierzu wird die konstante Ausfallwahrscheinlichkeit p durch einen Vektor **p** ersetzt, dessen Komponenten die Ausfallwahrscheinlichkeiten p_i der einzelnen Kredite i=1,..., n sind. Zusätzlich wird ein Vektor **V** definiert, dessen Komponenten V_i dem Volumen der einzelnen Kredite i=1,...,n entsprechen.

Das Modell der verallgemeinerten Binomialverteilung baut auf dem der Binomialverteilung zu Grunde liegenden Baummodell auf. Zur Ermittlung der einzelnen Wahrscheinlichkeiten wird der Binomialbaum in eine 0-1-Matrix **S** mit Elementen s_{ji} überführt.



Die 0-1-Matrix enthält 2^n Zeilen und n Spalten. Jede Zeile dieser Matrix repräsentiert ein einzelnes atomares Szenario. Die Matrix **S**, deren Zeilen die Ziffernfolgen der Dualzahlen enthalten, wird als Szenariomatrix bezeichnet. Durch skalare Multiplikation der Zeilen mit dem Vektor **V** wird für die einzelnen Szenarien $j=1,...,2^n$ der damit verbundene Verlust d_j bestimmt:

$$d_j = \sum_{i=1}^{n} V_i \cdot s_{ji} \,. \tag{2}$$

Um darüber hinaus unterschiedliche Ausfallwahrscheinlichkeiten im Modell abbilden zu können, wird zusätzlich eine modifizierte Szenariomatrix **M** mit Elementen m_{ji} erzeugt. Diese ergibt sich aus der Szenariomatrix, indem deren Komponenten mit Wert 1 durch –1 und Komponenten mit Wert 0 durch 1 ersetzt werden. Unter Verwendung dieser beiden Matrizen lassen sich die Wahrscheinlichkeiten f_j für die einzelnen Szenarien $j=1,...,2^n$ wie folgt berechnen:

$$f_j = \prod_{i=1}^{n} (s_{ji} + m_{ji}(1 - p_i)) \,. \tag{3}$$

Im Ergebnis erhält man zwei Vektoren **f** und **d**, deren Komponenten für jedes Szenario $j=1,...,2^n$ dessen Eintrittswahrscheinlichkeit f_j und den damit verbundenen Verlust d_j enthalten. Diese beiden Vektoren bestimmen über die folgende Abbildung die Verlustverteilung für ein heterogenes Kreditportfolio:[1]

$$F_X(t) = P(X < t) = \sum_{d_j < t} f_j = \sum_{d_j < t} \prod_{i=1}^{n} (s_{ji} + m_{ji}(1 - p_i)) \,. \tag{4}$$

Es folgt ein Beispiel eines Portfolios bestehend aus vier Krediten. Dabei sind die Wahrscheinlichkeiten auf eine Dezimalstelle gerundet.

lfd. Nr. der Kredite: i	1	2	3	4		Wahrscheinlichkeit	Verlust
Volumen: V_i	1.234	9.750	4.698	2.135			
Ausfallwahrscheinlichkeit: p_i	15%	3%	3%	5%		f_j	d_j
	0	0	0	0	kein Ausfall	76,0%	0
	0	0	0	1		4,0%	2.135
	0	0	1	0	ein Ausfall	2,3%	4.698
	0	1	0	0		2,3%	9.750
	1	0	0	0		13,4%	1.234
	0	0	1	1		0,1%	6.833
	0	1	0	1		0,1%	11.885
Ausfallkonstellationen	1	0	0	1	zwei Ausfälle	0,7%	3.369
	0	1	1	0		0,1%	14.448
	1	0	1	0		0,4%	5.932
	1	1	0	0		0,4%	10.984
	0	1	1	1		0,0%	16.583
	1	0	1	1	drei Ausfälle	0,0%	8.067
	1	1	0	1		0,0%	13.119
	1	1	1	0		0,0%	15.682
	1	1	1	1	vier Ausfälle	0,0%	17.817

[1] Die Definition der Verteilungsfunktion wird aus Fisz (1989) übernommen. Die so definierte Verteilungsfunktion ist linksseitig stetig.

Zwischenfazit:
Mit der verallgemeinerten Binomialverteilung wird die Verlustverteilung heterogener Kreditportfolien beschrieben. Die Verdichtung mit den der Verteilung namensgebenden Binomialkoeffizienten musste bei der Modellierung allerdings aufgegeben werden.

1.1 Entschärfung numerischer Restriktionen
Ein weiteres praktisches Problem bei der Anwendung der Binomialverteilung liegt in dem exponentiell mit der Portfoliogröße anwachsenden numerischen Aufwand. Ab einer Portfoliogröße von ca. 15 Krediten wird die Berechnung der verallgemeinerten Binomialverteilung mit den üblichen Bordinstrumenten kritisch. Zur Umfahrung des Problems wird das Portfolio zuerst in Teilportfolien (beispielsweise mit einer maximalen Anzahl von Krediten kleiner 15) zerlegt. Anschließend werden die Verlustverteilungen für diese Teilportfolien berechnet. Hierbei werden die Verluste (in Formel 2) jeweils auf ganzzahlige Vielfache eines Parameters U gerundet:

$$d_j = runden(\sum_{i=1}^{n} V_i \cdot s_{ji}; U). \qquad (5)$$

Der Parameter U sollte von der Größenordnung der gewünschten Toleranz der später aus der Verlustverteilung abgeleiteten Risikokennzahlen entsprechen.

Die Rundung hat zur Folge, dass die Verlustverteilungen aller Teilportfolien Treppenfunktionen mit Sprungstellen an den gleichen äquidistanten Stellen sind. Diese Eigenschaft ausnutzend werden abschließend die Verlustverteilungen der Teilportfolien paarweise sukzessive über Faltung zur Verlustverteilung des Gesamtportfolios numerisch effizient aggregiert:

$$(g \circ h)(k) = \sum_{m \in D} g(m) \cdot h(k-m). \qquad (6)$$

Bemerkung: Die stochastische Unabhängigkeit als Bedingung für die Anwendbarkeit des Faltungsoperators wurde einleitend als gegeben vorausgesetzt.

1.2 Das Residualproblem - Lösung mit dem Satz von Moivre-Laplace
Mit der beschriebenen Zerlegung des Problems und Aggregation der Teilergebnisse ist es möglich, die Verlustverteilung für Portfolien bestehend aus einigen hundert Krediten zu bestimmen. Die Performance-Restriktionen konnten damit relativiert, jedoch nicht gänzlich ausgeräumt werden. Was bedeutet dies in der praktischen Umsetzung? Werden die Kredite des Portfolios vorbereitend der Größe nach absteigend sortiert, kann für das Teilportfolio, bestehend aus den einigen hundert Größten, die Verlustverteilung mit der verallgemeinerten Binomialverteilung bestimmt werden.

Im verbleibenden Restportfolio vereinnahmt der größte Kredit nur wenige Promille des Gesamtportfolios auf sich. Besteht das Restportfolio aus wenigen Krediten, ist damit der Einfluss des Restportfolios auf die Verlustverteilung des Gesamtportfolios ohne wesentliche Bedeutung. Das ist allerdings nicht der Fall, wenn das Restportfolio aus einer Vielzahl von Krediten besteht. Dann ist das Restportfolio aufgrund der kleinen Losgrößen gut diversifiziert und im Allgemeinen heterogen. Die Verlustverteilung dieses Portfolios soll durch eine Normalverteilung approximiert werden. Gesucht sind die die Normalverteilung repräsentierenden Parameter μ und σ^2.

Hierzu wird wiederum zuerst ein homogenes Portfolio mit r Krediten mit einer einheitlichen Ausfallwahrscheinlichkeit p betrachtet. Die Verteilung der Anzahl der Ausfälle dieses Portfolios kann mit der Binomialverteilung mit Parametern r und p beschrieben werden. Mit steigender Anzahl von Krediten nähert sich die Binomialverteilung nach dem Satz von Moivre-Laplace[2] asymptotisch einer Normalverteilung mit Parametern $\mu = r \cdot p$ und $\sigma^2 = r \cdot p \cdot (1-p)$ an.

Unbenommen der asymptotischen Annäherung der Verlustverteilung des Gesamtportfolios wird das Restportfolio zuerst in r Teilportfolien mit jeweils einem Kredit zerlegt. Wohl wissend, einen großen Approximationsfehler in Kauf zu nehmen, werden die Verlustverteilungen für die einzelnen Teilportfolien durch Normalverteilungen mit den Parametern $\mu = p$ und $\sigma^2 = p \cdot (1-p)$ beschrieben.

Unabhängige normalverteilte Zufallsgrößen X_i mit Parametern μ_i und σ_i^2 können durch Linearkombination zu einer normalverteilten Zufallsgröße X zusammengeführt werden. Die Parameter μ und σ^2 der Verteilung der Linearkombination $X = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i \cdot X_i$ sind

$$\mu = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i \cdot \mu_i \text{ und } \sigma^2 = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i^2 \cdot \sigma_i^2 . \tag{7}$$

Bei der Zusammenführung der einelementigen Teilportfolien zum ursprünglichen Gesamtportfolio durch Linearkombination sind aufgrund der Homogenität des Portfolios alle Koeffizienten $\alpha_i = 1$. Damit ergibt sich für die Parameter

$$\mu = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i \cdot \mu_i = \sum_{i=1}^{r} \mu_i \qquad \text{und wegen } \mu_i = p \text{ für alle i}$$

$$\mu = r \cdot p \tag{8}$$

und

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i^2 \cdot \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^{r} \sigma_i^2 \qquad \text{und wegen } \sigma_i^2 = p \cdot (1-p) \text{ für alle i}$$

$$\sigma^2 = r \cdot p \cdot (1-p) . \tag{9}$$

Die auf diese Weise konstruierte Verlustverteilung des Gesamtportfolios ist dieselbe, wie die, die sich bei direkter Anwendung des Satzes von Moivre-Laplace auf das Gesamtportfolio ergibt. Das heißt, der Approximationsfehler, der bei Anwendung des Satzes von Moivre-Laplace auf die einelementigen Teilportfolien in Kauf genommen wird, reduziert sich bei Zusammenführung der Teilportfolien. Die asymptotische Annäherung der Binomialverteilung an die Normalverteilung wird in gleicher Qualität wieder hergestellt.

Bei der Ermittlung der Verlustverteilung des Restportfolios wird analog zu dem soeben betrachteten homogenen Portfolio verfahren. Das Restportfolio wird in Teilportfolien mit jeweils einem Kredit zerlegt. Die Verlustverteilungen dieser einelementigen Teilportfolien wird durch Normal-

[2] Abraham de Moivre 1667-1754, Pierre Simon de Laplace 1749-1827

verteilungen mit den Parametern $\mu_i = p_i$ und $\sigma_i^{\ 2} = p_i \cdot (1 - p_i)$ approximiert. Bei der Zusammenführung der Verlustverteilungen der Teilportfolien zur Verlustverteilung des Gesamtportfolios werden die Volumen V_i als Koeffizienten in der Linearkombination berücksichtigt:

$$X = \sum_{i=1}^{r} V_i \cdot X_i \tag{10}$$

Damit ergeben sich die Parameter für die Verlustverteilung des Restportfolios wie folgt:

$$\mu = \sum_{i=1}^{r} V_i \cdot \mu_i = \sum_{i=1}^{r} V_i \cdot p_i \ , \qquad \text{das entspricht dem erwarteten Verlust, und} \tag{11}$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{r} V_i^{\ 2} \cdot \sigma_i^{\ 2} = \sum_{i=1}^{r} V_i^{\ 2} \cdot p_i \cdot (1 - p_i)\,. \tag{12}$$

Für das heterogene Restportfolio wird die Verlustverteilung als Normalverteilung mit den gegebenen Parametern ermittelt. Sollte das Restportfolio nur wenige Kredite enthalten, ist der hierdurch eingegangene Approximationsfehler aufgrund des dann vergleichsweise geringen Anteils des Restportfolios nicht signifikant. Durch Faltung der Normalverteilung des Restportfolios mit der Verteilung der verallgemeinerten Binomialverteilung werden beide zur Verlustverteilung des Gesamtportfolios aggregiert.

2 Dekomposition der Ausfallwahrscheinlichkeiten

Bislang wurde wechselseitige Unabhängigkeit im Ausfallverhalten der Kredite angenommen. Da zwischen den Krediten im Allgemeinen keine direkten Beziehungen bestehen, war diese Annahme fürs erste berechtigt. Allerdings belegen empirische Beobachtungen einen Gleichlauf der Entwicklung der Ausfallquoten mit dem Verlauf der Konjunktur. Das heißt, über die individuellen ratingspezifischen Bonitätsmerkmale der Kredite hinaus, wird deren Ausfallverhalten systematisch determiniert. Das systematische makroökonomische Moment, unter Normalbedingungen ohne signifikante Wirkung, bewirkt bei konjunktureller Verschlechterungen bzw. Aufhellung gleichläufige Anpassungen der Ausfallwahrscheinlichkeiten aller Kredite. Die Sensitivität bezüglich makroökonomischer Veränderungen kann dabei individuell unterschiedlich ausgeprägt sein.

Den einerseits unter Normalbedingungen neutralen und andererseits unter Ausnahmebedingungen globalen Einfluss des konjunkturellen Umfeldes abbildend, werden die Ausfallwahrscheinlichkeiten p nachträglich modelliert und zuerst wie folgt zerlegt:

$$p = \left[(1 - s) + s\right] \cdot p\ . \tag{13}$$

Zur Berücksichtigung des makroökonomischen Umfeldes wird in diese Formel ein Parameter M integriert, der unter Normalbedingungen den Wert 1 (bzw. 100%) annimmt:

$$p^{(M)} = \left[(1 - s) + M \cdot s\right] \cdot p\ . \tag{14}$$

Durch Veränderung des Parameters M kann die Auswirkung makroökonomischer Veränderungen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit modellseitig umgesetzt werden. Der makroökonomische Parameter M beschreibt das Ausmaß, die Sensitivität s die Auswirkung einer konjunkturellen Veränderung auf die Ausfallwahrscheinlichkeit der einzelnen Adressen.

Die adjustierten Ausfallwahrscheinlichkeiten unterschiedlich sensibler Adressen werden in der folgenden Tabelle für verschiedene Konjunkturszenarien dargestellt. Dabei wird eine Ausgangsausfallwahrscheinlichkeit von 3% angenommen.

Szenario	makroökonomischer Faktor M	Sensitivität s	adjustierte Ausfall-wahrscheinlichkeit $p^{(M)}$
konjunktureller Aufschwung	70%	80%	2,3%
		100%	2,1%
		125%	1,9%
Normalszenario	100%	80%	3,0%
		100%	3,0%
		125%	3,0%
konjunktureller Abschwung	150%	80%	4,2%
		100%	4,5%
		125%	4,9%

Tabelle: Makroökonomische Adjustierung der spezifischen Ausfallwahrscheinlichkeit p=3%

Die Sensitivitäten können individuell, segmentspezifisch oder global bestimmt werden. Darüber hinaus kann die Dekomposition der Ausfallwahrscheinlichkeit über die Einbeziehung eines makroökonomischen Parameters hinaus feingliedriger differenziert auf mehrere Risikofaktoren ausgedehnt werden:

$$p^{(M)} = \left[(1 - s_1 - \ldots - s_k) + s_1 \cdot R_1 + \ldots + s_k \cdot R_k \right] \cdot p \,, \tag{15}$$

$$p^{(M)} = \left[\left(1 - \sum_{i=1}^{k} s_i \right) + \sum_{i=1}^{k} s_i \cdot R_i \right] \cdot p \,. \tag{16}$$

Dabei bezeichnen s_i und R_i für i=1,…,k die Sensitivitäten bzw. Risikofaktoren.

3 Implikation für handelbare Forderungen

Für Kundenkredite des klassischen Kundenkreditgeschäftes die zu Nennwerten in der Buchhaltung geführt werden, ist die Definition des Ausfalls als binäres Ereignis sachgerecht. Anders stellt sich die Situation bei handelbaren Forderungen, wie beispielsweise Industrieobligationen oder, wie die jüngste Geschichte zeigt, Staatsanleihen dar. Bei handelbaren Forderungen fließen Bonitätsveränderungen des Emittenten unmittelbar in die Marktpreisbildung ein. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, bei handelbaren Forderungen die Definition des Ausfalls auf Bonitätsverschlechterungen auszuweiten.

Die Ermittlung der Verlustverteilung eines Portfolios aus handelbaren Forderungen startet in Analogie zum klassischen Kundenkreditgeschäft mit einer Portfoliozerlegung. Die Zerlegung erfolgt bis auf die Emittentenebene bzw. bei Forderungen mit Emissionsrating bis auf Emissionsebene.

Es wird angenommen, dass sich der Kreditspread einer handelbaren Forderung bei Bonitätsveränderungen im gleichen Maße wie deren Ausfallwahrscheinlichkeit ändert. Ausgehend hiervon kann für jede Migration in eine andere Ratingklasse, d. h. für jede Bonitätsveränderung, die damit verbundene Wertveränderung berechnet werden. Die Gesamtheit aller möglichen Migrationen bildet ein vollständiges Ereignissystem. Die Eintrittswahrscheinlichkeiten der Ereignisse sind direkt aus der Migrationsmatrix ablesbar. Die Migrationwahrscheinlichkeiten und die damit verbundenen Wertveränderungen beschreiben die Verlustverteilungen der Teilportfolien. Die Aggregation auf das Gesamtportfolio erfolgt wiederum mittels sukzessiver Faltung. Da Portfolien aus handelbaren Forderungen eine vergleichsweise geringe Anzahl von Einzelpositionen ausweisen, ist der mit der fortgesetzten Faltung verbundene numerische Aufwand beherrschbar.

Die modellseitige Einbeziehung makroökonomischer Faktoren ist durch Dekomposition der Ausfallwahrscheinlichkeiten respektive Kreditspreads[3], wie in Abschnitt 2 beschrieben, umzusetzen.

Resümee

Mit dem beschriebenen Ansatz ist es gelungen, die vermeintlichen Ausschlusskriterien für die Anwendung des Binomialverteilungsgedankens zu entschärfen. Der Ansatz löst das Problem der exakten Bestimmung der Verlustverteilung eines heterogenen Kreditportfolios. Von besonderem Nutzen ist dies für die Beurteilung des unter Risikoaspekten interessanten rechten Rands der Verlustverteilung. Dank des analytischen Ansatzes sind die Ergebnisse jederzeit identisch wieder herstellbar und unterliegen keinen simulationsbedingten Schwankungen.

Die Dekomposition der Ausfallwahrscheinlichkeiten ist darüber hinaus ein optimales Werkzeug für die Durchführung faktorinduzierter Stresstests. Als methodisches Bindeglied zwischen Stresstest und dem Controlling von Risikokonzentrationen eröffnet das Modell vielfältige Möglichkeiten zur Identifikation gleichläufiger Risikopositionen.

Literatur

Fisz, Marek: Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik, Elfte Auflage, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften Berlin 1989.

Gruber, Walter/Martin, Marcus R. W./Wehn, Carsten S. (Hrsg.): Szenarioanalysen und Stresstests in der Bank- und Versicherungspraxis, Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart 2010.

Heuter, Henning/Fischer, Sven: Organisatorische Implikationen im Stresstestumfeld. In: Gruber/Martin/Wehn (2010), S. 247-273.

[3] Vgl. Heuter/Fischer (2010)

Dresdner Beiträge zu Quantitativen Verfahren (ISSN 0945-4802)

Ältere Ausgaben (1994 – 38/04): www.tu-dresden.de/wwqvs/VaR/qvreihe.htm

39/04 S. Huschens, G. Stahl: A General Framework for IRBA Backtesting.
Erschienen in: *Bankarchiv, Zeitschrift für das gesamte Bank- und Börsenwesen*, Hrsg: Österreichische bankwissenschaftliche Gesellschaft, Springer, Wien, April 2005, Jg. 53, S. 241-248.

40/04 S. Huschens: Backtesting von Ausfallwahrscheinlichkeiten.
Erschienen in: *Risikomanagement aus Bankenperspektive, Grundlagen, mathematische Konzepte und Anwendungsfelder*. Hrsg: T. Burkhardt, A. Knabe, K. Lohmann, U. Walther, Berliner Wissenschafts-Verlag, 2006.

41/04 S. Huschens: Dreizehn Korrelationen in Kreditrisikomodellen.
Erschienen in: *Banken, Finanzierung und Unternehmensführung*, Hrsg: T. Burkhardt, Duncker & Humblot, Berlin, 2004, S. 177-188.

42/04 S. Huschens: Faktorstruktur und Marktmodelle.
Erschienen in: *Kapitalmarkt, Unternehmensfinanzierung und rationale Entscheidungen. Festschrift für Jochen Wilhelm.* Hrsg.: W. Kürsten, B. Nietert, Springer, Berlin und Heidelberg, 2006, S. 15-34.

43/04 S. Huschens, G. Stahl: Granularität dominiert Korrelation.
Erschienen in: *RiskNews*, Vol. 1, Heft 6, 2004, S. 28-29. DOI: 10.1002/risk.200490142.

44/05 S. Höse, K. Vogl: Modeling and Estimating the Credit Cycle by a Probit-AR(1)-Process.
Erschienen in: *From Data and Information Analysis to Knowledge Engineering,* Hrsg: M. Spiliopoulou, R. Kruse, C. Borgelt, A. Nürnberger, W. Gaul, Springer, Berlin, 2006, S. 534-541.

45/05 S. Höse, K. Vogl: Predicting the Credit Cycle with an Autoregressive Model.

46/06 S. Huschens, A. Karmann, D. Maltritz, K. Vogl: Country Default Probabilities: Assessing and Backtesting.
Erschienen in: *The Journal of Risk Model Validation*, Vol.1, Heft 2, 2007, S. 3-26.

47/08 S. Höse, S. Huschens, R. Wania: Rating Migrations.
Erschienen in: *Applied Quantitative Finance*, Hrsg.: W. K. Härdle, N. Hautsch, L. Overbeck, Springer, Berlin, 2009, S. 105-123.

48/08 S. Höse, S. Huschens: Ausfallrisiko.
Erscheint in: *Handbuch Risikomanagement*, Hrsg.: W. Gleißner, Erich Schmidt Verlag, Berlin.

49/09 E. Lovász, B. Schipp: The Impact of HIV/AIDS on Economic Growth in Sub-Saharan Africa.
Erschienen in: *South African Journal of Economics*, Vol. 77, Nr. 2, 2009, S. 245-256.

50/09 S. Höse, S. Huschens: Confidence Intervals for Correlations in the Asymptotic Single Risk Factor Model.

51/10 S. Höse, S. Huschens: Confidence Intervals for Quantiles of a Vasicek-distributed Credit Portfolio Loss.

52/10 D. Tillich: Risikomaßzahlen für Kreditportfoliotranchen.
Erschienen in: *AStA Wirtschafts- und Sozialstatistisches Archiv,* Vol. 5, Nr. 2, S. 59-76.

53/10 S. Huschens: Kann es Rückzahlungswahrscheinlichkeiten von 100% geben?
Erschienen in: *bank und markt – Zeitschrift für Retailbanking*, 39. Jg., Heft 3/2010, S. 11.

54/11 S. Höse, S. Huschens: Confidence Intervals for Asset Correlations in the Asymptotic Single Risk Factor Model.
Erschienen in: *Operations Research Proceedings 2010,* Hrsg: B. Hu, K. Morasch, S. Pickl, M. Siegle, Springer, Berlin, 2011, S. 111-116.

55/11 S. Höse, S. Huschens: Stochastic Orders and Non-Gaussian Risk Factor Models.
Erscheint in: *Review of Managerial Science*. DOI: 10.1007/s11846-011-0071-8.

56/11 D. Tillich: Bounds for the Expectation of Bounded Random Variables.

57/12 S. Höse, S. Huschens: Credit Portfolio Correlations and Uncertainty.
Erscheint in: *Credit Securities and Derivatives – Challenges for the Global Markets,* Hrsg.: D. Rösch, H. Scheule, Wiley: Chichester.

58/12 S. Fischer: Ratio calculandi periculi - Ein analytischer Ansatz zur Bestimmung der Verlustverteilung eines Kreditportfolios